



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen

Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2016-11-03

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 1** (6 hp), ingående som moment 1 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp**.

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare. Vidhäftade formel- och tabellblad (obs! vidhäftas endast de tabellsidor som behövs för den här tentamen).

Tentamensgenomgång och återlämning. Torsdagen den 24 november, kl. 18.00 i B319.

Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

Marknadsundersökningsavdelningen på ett berömt och stort varuhus försökte relatera konsumentens medvetenhet om en ny marknadsföringskampanj med deras betyg av en viss produkt. I en stor marknadsundersökning skattade konsumenterna sin medvetenhet som låg, lagom eller hög, och betygsatt produkten som dålig, rättvis, eller bra. Baserade på den här undersökningen nu föreslår man följande sannolikhetsmodell (som kan användas i framtiden) som beskriver konsumentens medvetenhet om en ny marknadsföringskampanj med deras betyg av en viss produkt.

		medvetenhet		
		låg	lagom	hög
betyg	dålig	0,10	0,15	0,10
	rättvis	0,05	0,10	0,05
	bra	0,15	0,10	0,20

Enligt sannolikhetsmodellen:

- Vad är sannolikheten att en konsument har en hög medvetenhet och betygsätter produkten som dålig? (5 poäng)
- Vad är sannolikheten att en konsument som har en lagom medvetenhet betygsätter produkten som rättvist eller bra? (5 poäng)
- Vad är sannolikheten att en konsument som inte betygsätter produkten som dålig har en hög medvetenhet? (5 poäng)
- Vad är sannolikheten att en konsument har en låg medvetenhet? (5 poäng)

Uppgift 2: (20 poäng)

På det berömda och stora varuhuset föreslår Finansavdelningen följande sannolikhetsmodell för nästa års vinst (X) i miljoner kronor:

Vinst (X)	50	100	200	250	300	350
Sannolikhet	0,10	0,10	0,30	0,25	0,20	0,05

- Beräkna variansen för X . (5 poäng)
- Beräkna $E(X^3)$. (5 poäng)
- Om vinsten blir större eller lika med 200, vad är sannolikheten att vinsten blir större eller lika med 300? (5 poäng)
- Om vinsten blir större eller lika med 50, vad är sannolikheten att vinsten blir större eller lika med 300? (5 poäng)

Uppgift 3: (20 poäng)

- På det berömda och stora varuhuset drar man ett slumpmässigt stickprov på 50 anställda. Vi vet att 80 procent av alla anställda (på det stora varuhuset) tillhör fackförbundet Handels. Hur stor är sannolikheten att stickprovet skall innehålla 30 anställda eller fler som tillhör fackförbundet Handels? (10 poäng)

Obs. Du måste lösa uppgiften 3a) genom en lämplig normalapproximation med "kontinuitetskorrektur/halvkorrektur" (utan "kontinuitetskorrektur/halvkorrektur" blir det minus 2 poäng). Lösningen utan en normalapproximation ger 0 poäng.

- Man drar ett slumpmässigt stickprov på 6 anställda (i uppgift 3a). Hur stor är sannolikheten att stickprovet skall innehålla två anställda eller fler som tillhör fackförbundet Handels? (10 poäng)

Uppgift 4: (20 poäng)

Nu föreslår Finansavdelningen att nästa års vinst (X) i miljoner kronor kan betraktas som en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde 250 miljoner kronor och standardavvikelse 50 miljoner kronor. Enligt modellen vad är sannolikheten att

- nästa års vinst blir större än 325 miljoner kronor? (5 poäng)
- nästa års vinst blir mellan 240 miljoner kronor och 400 miljoner kronor? (5 poäng).

Nästa vecka blir stort kalas på det berömda och stora varuhuset. Varuhuset kommer att betala för kalaset! Nu vill man beställa måltider men man inte vill beställa för många (en måltid per person). Du är ansvarig för att beställa ett rimligt antal måltider. Just nu är det bråttom och du betraktar antalet personer som kommer till kalaset som en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde 84 personer och standardavvikelse 4 personer.

- Vad är det minsta antalet måltider bör du beställa så att sannolikheten för att ha fler personer än måltider är 5%. (10 poäng)

Uppgift 5: (20 poäng)

Finansavdelningen har bearbetat en sannolikhetsmodell för varuhusets aktiers förväntade avkastning och olika tänkbara scenarier för marknadens ränta under nästa år. Nu föreslår Finansavdelningen följande sannolikhetsmodell modell: Variabel A (Avkastning) antar värden 3 %, 4 % och 5 % med sannolikheterna 0,3 , 0,2 och 0,5 och variabel R (Ränta) antar värden 2 %, 3 % och 4 % med sannolikheterna 0,6 , 0,3 och 0,1. Dessutom betraktar Finansavdelningen A och R oberoende av varandra.

- Enligt modellen ange den simultana sannolikhetsfördelningen för A och R. (10 poäng)
- Beräkna $P(A < R)$. (5 poäng)
- Beräkna $P(A = R)$. (5 poäng)

FORMLER

Additionssatsen: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Multiplikationssatsen: $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$

Väntevärde för diskret s.v. X :

$$\mu_X = E(X) = \sum_{x \in \Omega_X} x f(x)$$

Varians för diskret s.v. X :

$$\begin{aligned}\sigma_X^2 = V(X) &= E[(X - \mu_X)^2] = \sum_{x \in \Omega_X} [x - E(X)]^2 f(x) \\ &= E(X^2) - E(X)^2 = \sum_{x \in \Omega_X} x^2 f(x) - [E(X)]^2\end{aligned}$$

Två diskreta s.v. X och Y med simultanfrekvensfunktion $f(x, y)$

$$f_X(x) = \sum_{y \in \Omega_Y} f(x, y) \qquad f_{X|Y=y}(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)}$$

Kovarians och korrelation för två diskreta s.v. X och Y , ($\mu_X = E(X)$ och $\mu_Y = E(Y)$):

$$\begin{aligned}\text{Cov}(X, Y) &= \sum_{x \in \Omega_X} \sum_{y \in \Omega_Y} (x - \mu_X)(y - \mu_Y) f(x, y) = \sum_{x \in \Omega_X} \sum_{y \in \Omega_Y} xy f(x, y) - \mu_X \mu_Y \\ \text{Corr}(X, Y) &= \frac{\text{Cov}(X, Y)}{SD(X) \cdot SD(Y)} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{V(X) \cdot V(Y)}}\end{aligned}$$

Räkneregler för väntevärden och varianser (a, b, c är konstanter och X, Y är s.v.)

$$E(c) = c$$

$$V(c) = 0$$

$$E(X + c) = E(X) + c$$

$$V(X + c) = V(X)$$

$$E(aX) = aE(X)$$

$$V(aX) = a^2 V(X)$$

$$E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c$$

$$V(aX + bY + c) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y)$$

Binomialfördelningen:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x! (n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

Poissonfördelningen:

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

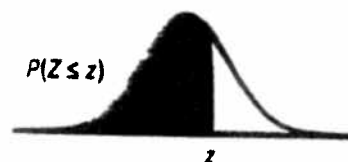
Exponentialfördelningen:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

TABELL 1. Normalfördelningen, standardiserad

$\Phi(z) = P(Z \leq z)$ där $Z \in N(0, 1)$.

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$



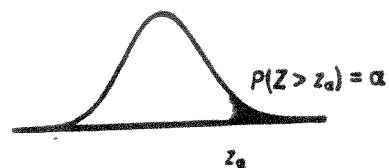
x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

TABELL 2. Normalfördelningens kvantiler, standardiserad

$Z \in N(0, 1)$. Vilket värde har z_α om $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet.

Utnyttja även $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ för $P(Z \leq -z_\alpha)$.

α	z_α
0,1	1,2816
0,05	1,6449
0,025	1,9600
0,010	2,3263
0,005	2,5758
0,0025	2,8070
0,0010	3,0902
0,0005	3,2905
0,00025	3,4808
0,00010	3,7190
0,00005	3,8906
0,000025	4,0556
0,000010	4,2649
0,000005	4,4172



TABELL 6. Binomial-fördelningen; $n = 2, \dots, 9$

$P(X \leq x)$ där $X \in \text{Bin}(n, p)$. För $p > 0,5$, utnyttja att $P(X \leq x) = P(Y \geq n-x)$ där $Y \in \text{Bin}(n, 1-p)$

$n \ x$	$p = 0,05$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
2 0	0,90250	0,81000	0,72250	0,64000	0,56250	0,49000	0,42250	0,36000	0,30250	0,25000
1	0,99750	0,99000	0,97750	0,96000	0,93750	0,91000	0,87750	0,84000	0,79750	0,75000
3 0	0,85738	0,72900	0,61413	0,51200	0,42188	0,34300	0,27463	0,21600	0,16638	0,12500
1	0,99275	0,97200	0,93925	0,89600	0,84375	0,78400	0,71825	0,64800	0,57475	0,50000
2	0,99988	0,99900	0,99663	0,99200	0,98438	0,97300	0,95713	0,93600	0,90888	0,87500
4 0	0,81451	0,65610	0,52201	0,40960	0,31641	0,24010	0,17851	0,12960	0,09151	0,06250
1	0,98598	0,94770	0,89048	0,81920	0,73828	0,65170	0,56298	0,47520	0,39098	0,31250
2	0,99952	0,99630	0,98802	0,97280	0,94922	0,91630	0,87352	0,82080	0,75852	0,68750
3	0,99999	0,99990	0,99949	0,99840	0,99609	0,99190	0,98499	0,97440	0,95899	0,93750
5 0	0,77378	0,59049	0,44371	0,32768	0,23730	0,16807	0,11603	0,07776	0,05033	0,03125
1	0,97741	0,91854	0,83521	0,73728	0,63281	0,52822	0,42842	0,33696	0,25622	0,18750
2	0,99884	0,99144	0,97339	0,94208	0,89648	0,83692	0,76483	0,68256	0,59313	0,50000
3	0,99997	0,99954	0,99777	0,99328	0,98438	0,96922	0,94598	0,91296	0,86878	0,81250
4	1,00000	0,99999	0,99992	0,99968	0,99902	0,99757	0,99475	0,98976	0,98155	0,96875
6 0	0,73509	0,53144	0,37715	0,26214	0,17798	0,11765	0,07542	0,04666	0,02768	0,01563
1	0,96723	0,88574	0,77648	0,65536	0,53394	0,42018	0,31908	0,23328	0,16357	0,10938
2	0,99777	0,98415	0,95266	0,90112	0,83057	0,74431	0,64709	0,54432	0,44152	0,34375
3	0,99991	0,99873	0,99411	0,98304	0,96240	0,92953	0,88258	0,82080	0,74474	0,65625
4	1,00000	0,99995	0,99960	0,99840	0,99536	0,98906	0,97768	0,95904	0,93080	0,89063
5	1,00000	1,00000	0,99999	0,99994	0,99976	0,99927	0,99816	0,99590	0,99170	0,98438
7 0	0,69834	0,47830	0,32058	0,20972	0,13348	0,08235	0,04902	0,02799	0,01522	0,00781
1	0,95562	0,85031	0,71658	0,57672	0,44495	0,32942	0,23380	0,15863	0,10242	0,06250
2	0,99624	0,97431	0,92623	0,85197	0,75641	0,64707	0,53228	0,41990	0,31644	0,22656
3	0,99981	0,99727	0,98790	0,96666	0,92944	0,87396	0,80015	0,71021	0,60829	0,50000
4	0,99999	0,99982	0,99878	0,99533	0,98712	0,97120	0,94439	0,90374	0,84707	0,77344
5	1,00000	0,99999	0,99993	0,99963	0,99866	0,99621	0,99099	0,98116	0,96429	0,93750
6	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99994	0,99978	0,99936	0,99836	0,99626	0,99219
8 0	0,66342	0,43047	0,27249	0,16777	0,10011	0,05765	0,03186	0,01680	0,00837	0,00391
1	0,94276	0,81310	0,65718	0,50332	0,36708	0,25530	0,16913	0,10638	0,06318	0,03516
2	0,99421	0,96191	0,89479	0,79692	0,67854	0,55177	0,42781	0,31539	0,22013	0,14453
3	0,99963	0,99498	0,97865	0,94372	0,88618	0,80590	0,70640	0,59409	0,47696	0,36328
4	0,99998	0,99957	0,99715	0,98959	0,97270	0,94203	0,89391	0,82633	0,73962	0,63672
5	1,00000	0,99998	0,99976	0,99877	0,99577	0,98871	0,97468	0,95019	0,91154	0,85547
6	1,00000	1,00000	0,99999	0,99992	0,99962	0,99871	0,99643	0,99148	0,98188	0,96484
7	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998	0,99993	0,99977	0,99934	0,99832	0,99609
9 0	0,63025	0,38742	0,23162	0,13422	0,07508	0,04035	0,02071	0,01008	0,00461	0,00195
1	0,92879	0,77484	0,59948	0,43621	0,30034	0,19600	0,12109	0,07054	0,03852	0,01953
2	0,99164	0,94703	0,85915	0,73820	0,60068	0,46283	0,33727	0,23179	0,14950	0,08984
3	0,99936	0,99167	0,96607	0,91436	0,83427	0,72966	0,60889	0,48261	0,36138	0,25391
4	0,99997	0,99911	0,99437	0,98042	0,95107	0,90119	0,82828	0,73343	0,62142	0,50000
5	1,00000	0,99994	0,99937	0,99693	0,99001	0,97471	0,94641	0,90065	0,83418	0,74609
6	1,00000	1,00000	0,99995	0,99969	0,99866	0,99571	0,98882	0,97497	0,95023	0,91016
7	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998	0,99989	0,99957	0,99860	0,99620	0,99092	0,98047
8	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998	0,99992	0,99974	0,99924	0,99805

TABELL 6 forts. Binomial-fördelningen; $n = 19$ (forts.) och 20

n	x	$p = 0,05$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
19	9	1,00000	1,00000	0,99986	0,99842	0,99110	0,96745	0,91253	0,81391	0,67104	0,50000
	10	1,00000	1,00000	0,99998	0,99969	0,99771	0,98946	0,96531	0,91153	0,81590	0,67620
	11	1,00000	1,00000	1,00000	0,99995	0,99952	0,99718	0,98856	0,96477	0,91287	0,82036
	12	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99992	0,99938	0,99691	0,98844	0,96577	0,91647
	13	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99989	0,99933	0,99693	0,98907	0,96822
	14	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99988	0,99936	0,99724	0,99039
	15	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99990	0,99947	0,99779
	16	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99993	0,99964
	17	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99996
	18	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
20	0	0,35849	0,12158	0,03876	0,01153	0,00317	0,00080	0,00018	0,00004	0,00001	0,00000
	1	0,73584	0,39175	0,17556	0,06918	0,02431	0,00764	0,00213	0,00052	0,00011	0,00002
	2	0,92452	0,67693	0,40490	0,20608	0,09126	0,03548	0,01212	0,00361	0,00093	0,00020
	3	0,98410	0,86705	0,64773	0,41145	0,22516	0,10709	0,04438	0,01596	0,00493	0,00129
	4	0,99743	0,95683	0,82985	0,62965	0,41484	0,23751	0,11820	0,05095	0,01886	0,00591
	5	0,99967	0,98875	0,93269	0,80421	0,61717	0,41637	0,24540	0,12560	0,05533	0,02069
	6	0,99997	0,99761	0,97806	0,91331	0,78578	0,60801	0,41663	0,25001	0,12993	0,05766
	7	1,00000	0,99958	0,99408	0,96786	0,89819	0,77227	0,60103	0,41589	0,25201	0,13159
	8	1,00000	0,99994	0,99867	0,99002	0,95907	0,88667	0,76238	0,59560	0,41431	0,25172
	9	1,00000	0,99999	0,99975	0,99741	0,98614	0,95204	0,87822	0,75534	0,59136	0,41190
	10	1,00000	1,00000	0,99996	0,99944	0,99606	0,98286	0,94683	0,87248	0,75071	0,58810
	11	1,00000	1,00000	1,00000	0,99990	0,99906	0,99486	0,98042	0,94347	0,86924	0,74828
	12	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998	0,99982	0,99872	0,99398	0,97897	0,94197	0,86841
	13	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99997	0,99974	0,99848	0,99353	0,97859	0,94234
	14	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99996	0,99969	0,99839	0,99357	0,97931
	15	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99995	0,99968	0,99847	0,99409
	16	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99995	0,99972	0,99871
	17	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99996	0,99980
	18	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998
	19	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

1

Statistiska institutionen



Stockholms
universitet

Rättningsblad

Datum: 3/11-2016

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder 1

Kurs: Statistikens grunder (kväll)

ANONYMKOD:

SGK-0005

☒ Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					3 R
Lär.ant. 20p	15p	20p 20p	10p	20p					

POÄNG

85p

BETYG

B

Lärarens sign.

RC

1) 20p

1 a) $P(\text{Hög} \cap \text{Dålig}) = 0,10$ R

R

b) $P(\text{Rättvis, bra} \mid \text{Lagom}) = \frac{0,2}{0,35} = 0,571428571, \approx 0,5714$ R

c) $P(\text{Hög} \mid \bar{D}) = \frac{P(\text{Hög} \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0,25}{0,65} = 0,384615384, \approx 0,3846$ R
 $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,35 = 0,65$

d) $P(L) = 0,10 + 0,05 + 0,15 = 0,3$ R

2) 15p

2 a)	X	P(X)	X ²	X ³	X · P(X)	X ² · P(X)	X ³ · P(X)
	50	0,1	2500	125,000	5	250	12,500
	100	0,1	10,000	1,000,000	10	1000	100,000
	200	0,3	40,000	8,000,000	60	12,000	2,400,000
	250	0,25	62,500	15,625,000	62,5	15,625	3,906,250
	300	0,2	90,000	27,000,000	60	18,000	5,400,000
	350	0,05	122,500	42,875,000	17,5	6125	2,143,750
					215	53,000	13,962,500

a) $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 53,000 - 215^2 = 53,000 - 46,225 = 6775$ R

b) $E(X^3) = 13,962,500$ R

c) $P(X \geq 300 \mid X \geq 200) = \frac{0,8 \cdot 0,25}{0,8} = 0,25$ R

d) $P(X \geq 300 \mid X \geq 50) = \frac{1 \cdot 0,25}{1} = 0,25$ R

3) ~~Värp~~ 20p

3 a) $X \sim \text{Bin}(n=50, p=0,8)$

$Y \sim \text{Bin}(n=50, p=0,2)$

$$P(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 29)$$

$$1 - P\left(Z \leq \frac{29,5 - 40}{\sqrt{10}}\right) = 1 - P\left(Z \leq \frac{-10,5}{2,828427125}\right)$$

$$1 - P(Z \leq -3,712310601) =$$

$$1 - [1 - \Phi(3,71)] =$$

$$\Phi(3,71) = 0,99990$$

$$\uparrow$$

$$\uparrow$$

$$R$$

b) $X \sim \text{Bin}(n=6, p=0,8)$

$Y \sim \text{Bin}(n=6, p=0,2)$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$1 - P(Y \geq 6-1)$$

$$1 - P(Y \geq 5)$$

$$1 - [1 - P(Y \leq 4)] =$$

$$P(Y \leq 4) = 0,99840$$

$$R$$

4a)

$$X \sim N(\mu = 250, \sigma = 50)$$

4) 10p

$$P(X > 325) = 1 - P\left(Z \leq \frac{325 - 250}{50}\right)$$

$$1 - P\left(Z \leq \frac{75}{50}\right) = 1 - \Phi(1,5) = 1 - 0,93319 = 0,06681$$

R

b)

$$P(240 < X < 400) =$$

$$P\left(\frac{240 - 250}{50} < Z < \frac{400 - 250}{50}\right)$$

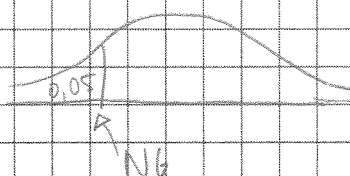
$$P\left(\frac{-10}{50} < Z < \frac{150}{50}\right) =$$

$$= \Phi(3) - \Phi(-0,2) = \Phi(3) - [1 - \Phi(0,2)] = 0,99865 + 0,57926 - 1 = 0,57791$$

R

c)

$$X \sim N(\mu = 84, \sigma = 4)$$



$$P\left(Z < \frac{NG - 84}{4}\right) = 0,05$$

$$-1,6449$$

$$4 \cdot -1,6449 + 84 = 77,4204 \approx 78$$

F

5 a)

R \ A	3%	4%	5%	
2%	0,8	0,2	0,3	0,6
3%	0,09	0,06	0,5	0,3
4%	0,03	0,02	0,05	0,1
	0,3	0,2	0,5	1

R

b)

$$P(A < R) = 0,03$$

R

När $A = 3\%$ och $R = 4\%$. ($0,3 \times 0,1 = 0,03$)

c)

$$P(A = R) = 0,09 + 0,02 = 0,11$$

R

När $A = 3\%$ och $R = 3\%$, samt när $A = 4\%$ och $R = 4\%$.
 ($0,3 \times 0,3 + 0,2 \times 0,1 = 0,11$)

5) 20p

①	LÅ	LA	H
D	0,10	0,15	0,10
R	0,05	0,10	0,05
B	0,15	0,10	0,20

$$a) P(H \cap D) = 0,10$$

$$b) P(R \cup B | LA) = \frac{P([R \cup B] \cap LA)}{P(LA)} =$$

$$= \frac{0,10 + 0,10}{0,15 + 0,10 + 0,10} = \frac{0,20}{0,35} = 0,571428$$

$$c) P(H | R \cup B) = \frac{P(H \cap [R \cup B])}{P(R \cup B)} =$$

$$= \frac{0,05 + 0,20}{0,05 + 0,10 + 0,05 + 0,15 + 0,10 + 0,20} = \frac{0,25}{0,65}$$

$$= 0,38461538$$

$$d) P(LA^c) = 0,10 + 0,05 + 0,15 = 0,30$$

②	X	P(X)	X^2	X^3	$X \cdot P(X)$	$X^2 \cdot P(X)$	$X^3 \cdot P(X)$
	50	0,1	2500	125000	5	250	12500
	100	0,1	10000	1000000	10	1000	100000
	200	0,3	40000	8000000	60	12000	2400000
	250	0,25	62500	15625000	62,5	15625	3906250
	300	0,2	90000	27000000	60	18000	5400000
	350	0,05	122500	42875000	17,5	6125	2143750
					<u>215</u>	<u>53000</u>	<u>13962500</u>

$$a) V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 53000 - [215]^2 = 53000 - 46225 =$$

$$= V(X) = \underline{6775}$$

$$b) \underline{E(X^3) = 13962500}$$

$$c) P(X \geq 300 | X \geq 200) = \frac{P(X \geq 300 \cap X \geq 200)}{P(X \geq 200)} =$$

$$= \frac{P(X \geq 300)}{P(X \geq 200)} = \frac{0,20 + 0,05}{0,30 + 0,25 + 0,20 + 0,05} =$$

$$= \frac{0,25}{0,80} = \underline{0,3125}$$

$$d) P(X \geq 300 | X \geq 50) = \frac{P(X \geq 300 \cap X \geq 50)}{P(X \geq 50)} =$$

$$= \frac{P(X \geq 300)}{0,10 + 0,10 + 0,30 + 0,25 + 0,20 + 0,05} =$$

$$= \frac{0,25}{1} = \underline{0,25}$$

$$3a) X \sim \text{BIN}(n=50, p=0,8) \quad np=40$$

$$np(1-p)=8$$

$$P(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 29) = \frac{\sqrt{np(1-p)}}{2,8284} = 2,8284$$

$$\approx 1 - P\left(Z \leq \frac{29,5 - 40}{2,8284}\right) = 1 - P\left(Z \leq \frac{-10,5}{2,8284}\right) =$$

$$= 1 - \Phi(-3,712) = 1 - [1 - \Phi(3,712)] = \Phi(3,712) =$$

$$= \Phi(3,71) = \underline{0,99990}$$

$$3b) X \sim \text{BIN}(n=6, p=0,8)$$

$$Y \sim \text{BIN}(n=6, \frac{1-p}{0,2})$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) =$$

$$= 1 - P(Y \geq n-1) = 1 - P(Y \geq 5) =$$

$$= 1 - [1 - P(Y \leq 4)] = P(Y \leq 4) = \underline{0,99840}$$

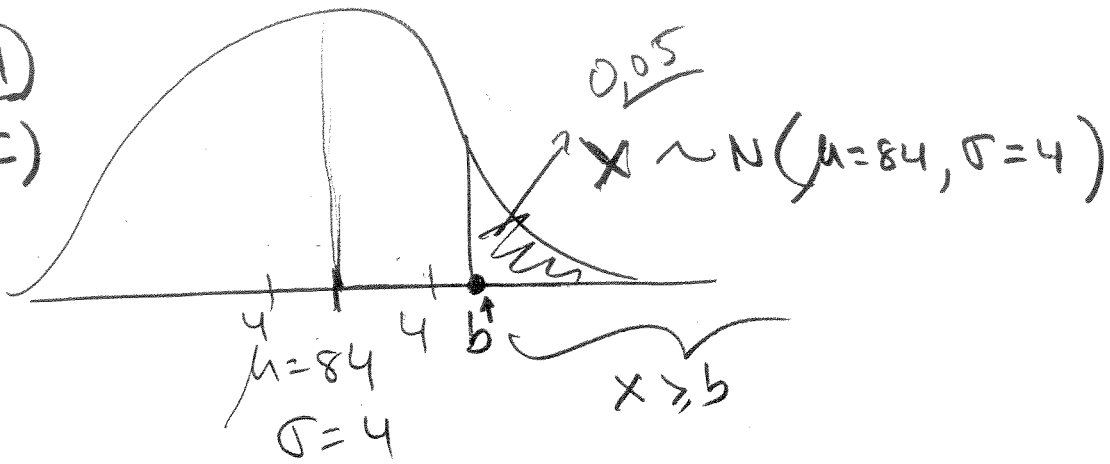
$$\textcircled{4} \quad X \sim N(\mu = 250, \sigma = 50)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X > 325) &= 1 - P(X \leq 325) = 1 - P\left(Z \leq \frac{325 - 250}{50}\right) \\ &= 1 - P\left(Z \leq \frac{75}{50}\right) = 1 - \Phi(1,5) = 1 - 0,93319 = \\ &= \underline{0,06681} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(240 < X < 400) &= P\left(\frac{240 - 250}{50} \leq Z \leq \frac{400 - 250}{50}\right) = \\ &= P(-0,2 \leq Z \leq 3) = \Phi(3) - \Phi(-0,2) = \\ &= \Phi(3) - [1 - \Phi(0,2)] = \Phi(3) + \Phi(0,2) - 1 = \\ &= 0,99865 + 0,57926 - 1 = \underline{0,57791} \end{aligned}$$

④

c)



$$P(X \geq b) = 0,05$$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = 0,05$$

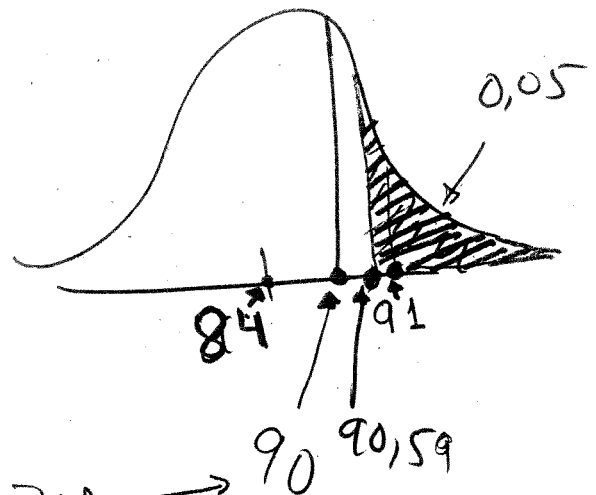
$$P\left(Z \geq \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = 0,05$$

$z = 1,6449$

$$\frac{b-84}{4} = 1,6449$$

$$b = 84 + 1,6449 \cdot (4)$$

$$b = 90,5996$$



BESTAND

90 MÄLTIDEN

5

A

	3	4	5
P(A)=0,6	(3,2) 0,18	(4,2) 0,12	(5,2) 0,30
P(B)=0,3	(3,3) 0,09	(4,3) 0,06	(5,3) 0,15
P(C)=0,1	(3,4) 0,03	(4,4) 0,02	(5,4) 0,05

b) $P(A < B) = P((3,4)) = 0,03$

c) $P(A = B) = P((3,3) \cup (4,4)) = 0,09 + 0,02 = 0,11$