



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen
Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 12-12-2016

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 1** (6 hp), ingående som moment 1 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp.**

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare. Vidhäftade formel- och tabellblad (obs! vidhäftas endast de tabellsidor som behövs för den här tentamen).

Tentamensgenomgång och återlämning. Onsdagen den 4 januari, kl. 18.00 i B319.

Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

Finansavdelningen på företag STORA har bearbetat en sannolikhetsmodell för företagets aktiers förväntade avkastning och olika tänkbara scenarier för marknadens ränta under nästa år. Nu föreslår Finansavdelningen följande sannolikhetsmodell modell :

		avkastning		
		3 %	4 %	5 %
ränta	4 %	0,05	0,05	0,10
	3 %	0,05	0,10	0,15
	2 %	0,10	0,15	0,25

Enligt sannolikhetsmodellen:

- Vad är sannolikheten att företaget har en avkastning som överstiger 3 %? (5 poäng)
- Vad är sannolikheten att företagets avkastning överstiger 3 % givet att räntan ligger kvar under 4 %? (5 poäng)
- Hur stor är sannolikheten att antingen företagets avkastning är mindre än 4 % eller räntan är större än 3 % eller båda? (5 poäng)
- Vad är sannolikheten att företaget har en avkastning som överstiger 4 % och räntan är mindre än 4 %? (5 poäng)

Uppgift 2: (20 poäng)

För en population av människor gäller att 45% är män och 55% kvinnor. Vidare vet vi att 30% är rökare (10% manliga rökare och 20% kvinnliga rökare).

En person väljs slumpmässigt från populationen (dvs. med lika sannolikhet för alla att bli vald).

- a). Vad är den betingade sannolikheten att den valda personen skall vara rökare, givet att det är en man? (5 poäng)
- b). Vad är den betingade sannolikheten att den valda personen skall vara rökare, givet att det är en kvinna? (5 poäng)
- c). Vad är den betingade sannolikheten att den valda personen skall vara en kvinna, givet att det är en rökare? (5 poäng)
- d). Vad är sannolikheten att den valda personen skall vara en kvinnlig rökare? (5 poäng)

Uppgift 3: (20 poäng)

En maskin tillverkar enheter som blir defekta med sannolikheten 0,3. Antag att enheterna blir defekta oberoende av varandra. Man undersöker en förpackning med 9 enheter. Låt X vara antalet defekta enheter bland de 10. Beräkna sannolikheten att i förpackningen få

- a). högst 3 defekta enheter, (5 poäng)
- b). precis 3 defekta enheter, (5 poäng)
- c). minst 2 defekta enheter, (5 poäng)
- d). högst 4 icke defekta enheter. (5 poäng)

Uppgift 4: (20 poäng)

Antag att längden av en viss sorts lister är normalfördelad med väntevärdet 80 cm och standardavvikelsen 0,1 cm.

- a). Vad är sannolikheten att längden på en viss list understiger 80,6 cm? (10 poäng)
- b). Antag vidare att du har 30 sådana lister. Vad är sannolikheten att högst 10 av sådana lister har en längd som understiger 80,6 cm? (10 poäng)

Uppgift 5: (20 poäng)

X och Y är två stokastiska variabler, som antas oberoende av varandra. X antar värdena 1 och 2 med sannolikheterna 0,5 och 0,5. Y antar värdena 1, 2 och 3 med sannolikheterna 0,3, 0,4 och 0,3.

- a). Bestäm väntevärdet och varians för varje variabel. (5 poäng)
- b). Bestäm den simultana fördelningen för X och Y . (5 poäng)
- c). Beräkna $P(X < Y)$. (5 poäng)
- d). Bestäm väntevärdet och varians för $3X + 2Y$. (5 poäng)

FORMLER

Additionssatsen: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Multiplikationssatsen: $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$

Väntevärde för diskret s.v. X :

$$\mu_X = E(X) = \sum_{x \in \Omega_X} x f(x)$$

Varians för diskret s.v. X :

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 = V(X) &= E[(X - \mu_X)^2] = \sum_{x \in \Omega_X} [x - E(X)]^2 f(x) \\ &= E(X^2) - E(X)^2 = \sum_{x \in \Omega_X} x^2 f(x) - [E(X)]^2 \end{aligned}$$

Två diskreta s.v. X och Y med simultanfrekvensfunktion $f(x, y)$

$$f_X(x) = \sum_{y \in \Omega_Y} f(x, y) \qquad f_{X|Y=y}(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)}$$

Kovarians och korrelation för två diskreta s.v. X och Y , ($\mu_X = E(X)$ och $\mu_Y = E(Y)$):

$$Cov(X, Y) = \sum_{x \in \Omega_X} \sum_{y \in \Omega_Y} (x - \mu_X)(y - \mu_Y) f(x, y) = \sum_{x \in \Omega_X} \sum_{y \in \Omega_Y} xy f(x, y) - \mu_X \mu_Y$$

$$Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{SD(X) \cdot SD(Y)} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{V(X) \cdot V(Y)}}$$

Räkneregler för väntevärden och varianser (a, b, c är konstanter och X, Y är s.v.)

$$E(c) = c$$

$$V(c) = 0$$

$$E(X + c) = E(X) + c$$

$$V(X + c) = V(X)$$

$$E(aX) = aE(X)$$

$$V(aX) = a^2 V(X)$$

$$E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c \qquad V(aX + bY + c) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) + 2ab Cov(X, Y)$$

Binomialfördelningen: $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x! (n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$

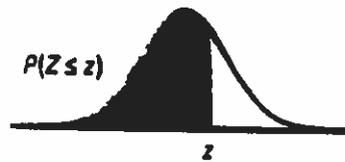
Poissonfördelningen: $f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

Exponentialfördelningen: $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$

TABELL 1. Normalfördelningen, standardiserad

$\Phi(z) = P(Z \leq z)$ där $Z \in N(0, 1)$.

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$



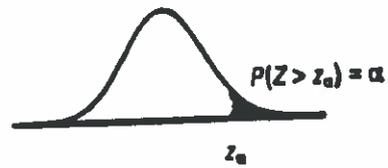
x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

TABELL 2. Normalfördelningens kvantiler, standardiserad

$Z \in N(0, 1)$. Vilket värde har z_α om $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet.

Utnyttja även $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ för $P(Z \leq -z_\alpha)$.

α	z_α
0,1	1,2816
0,05	1,6449
0,025	1,9600
0,010	2,3263
0,005	2,5758
0,0025	2,8070
0,0010	3,0902
0,0005	3,2905
0,00025	3,4808
0,00010	3,7190
0,00005	3,8906
0,000025	4,0556
0,000010	4,2649
0,000005	4,4172



TABELL 6. Binomial-fördelningen; $n = 2, \dots, 9$

$P(X \leq x)$ där $X \in \text{Bin}(n, p)$. För $p > 0,5$, utnyttja att $P(X \leq x) = P(Y \geq n-x)$ där $Y \in \text{Bin}(n, 1-p)$

$n \ x$	$p = 0,05$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
2 0	0,90250	0,81000	0,72250	0,64000	0,56250	0,49000	0,42250	0,36000	0,30250	0,25000
1	0,99750	0,99000	0,97750	0,96000	0,93750	0,91000	0,87750	0,84000	0,79750	0,75000
3 0	0,85738	0,72900	0,61413	0,51200	0,42188	0,34300	0,27463	0,21600	0,16638	0,12500
1	0,99275	0,97200	0,93925	0,89600	0,84375	0,78400	0,71825	0,64800	0,57475	0,50000
2	0,99988	0,99900	0,99663	0,99200	0,98438	0,97300	0,95713	0,93600	0,90888	0,87500
4 0	0,81451	0,65610	0,52201	0,40960	0,31641	0,24010	0,17851	0,12960	0,09151	0,06250
1	0,98598	0,94770	0,89048	0,81920	0,73828	0,65170	0,56298	0,47520	0,39098	0,31250
2	0,99952	0,99630	0,98802	0,97280	0,94922	0,91630	0,87352	0,82080	0,75852	0,68750
3	0,99999	0,99990	0,99949	0,99840	0,99609	0,99190	0,98499	0,97440	0,95899	0,93750
5 0	0,77378	0,59049	0,44371	0,32768	0,23730	0,16807	0,11603	0,07776	0,05033	0,03125
1	0,97741	0,91854	0,83521	0,73728	0,63281	0,52822	0,42842	0,33696	0,25622	0,18750
2	0,99884	0,99144	0,97339	0,94208	0,89648	0,83692	0,76483	0,68256	0,59313	0,50000
3	0,99997	0,99954	0,99777	0,99328	0,98438	0,96922	0,94598	0,91296	0,86878	0,81250
4	1,00000	0,99999	0,99992	0,99968	0,99902	0,99757	0,99475	0,98976	0,98155	0,96875
6 0	0,73509	0,53144	0,37715	0,26214	0,17798	0,11765	0,07542	0,04666	0,02768	0,01563
1	0,96723	0,88574	0,77648	0,65536	0,53394	0,42018	0,31908	0,23328	0,16357	0,10938
2	0,99777	0,98415	0,95266	0,90112	0,83057	0,74431	0,64709	0,54432	0,44152	0,34375
3	0,99991	0,99873	0,99411	0,98304	0,96240	0,92953	0,88258	0,82080	0,74474	0,65625
4	1,00000	0,99995	0,99960	0,99840	0,99536	0,98906	0,97768	0,95904	0,93080	0,89063
5	1,00000	1,00000	0,99999	0,99994	0,99976	0,99927	0,99816	0,99590	0,99170	0,98438
7 0	0,69834	0,47830	0,32058	0,20972	0,13348	0,08235	0,04902	0,02799	0,01522	0,00781
1	0,95562	0,85031	0,71658	0,57672	0,44495	0,32942	0,23380	0,15863	0,10242	0,06250
2	0,99624	0,97431	0,92623	0,85197	0,75641	0,64707	0,53228	0,41990	0,31644	0,22656
3	0,99981	0,99727	0,98790	0,96666	0,92944	0,87396	0,80015	0,71021	0,60829	0,50000
4	0,99999	0,99982	0,99878	0,99533	0,98712	0,97120	0,94439	0,90374	0,84707	0,77344
5	1,00000	0,99999	0,99993	0,99963	0,99866	0,99621	0,99099	0,98116	0,96429	0,93750
6	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99994	0,99978	0,99936	0,99836	0,99626	0,99219
8 0	0,66342	0,43047	0,27249	0,16777	0,10011	0,05765	0,03186	0,01680	0,00837	0,00391
1	0,94276	0,81310	0,65718	0,50332	0,36708	0,25530	0,16913	0,10638	0,06318	0,03516
2	0,99421	0,96191	0,89479	0,79692	0,67854	0,55177	0,42781	0,31539	0,22013	0,14453
3	0,99963	0,99498	0,97865	0,94372	0,88618	0,80590	0,70640	0,59409	0,47696	0,36328
4	0,99998	0,99957	0,99715	0,98959	0,97270	0,94203	0,89391	0,82633	0,73962	0,63672
5	1,00000	0,99998	0,99976	0,99877	0,99577	0,98871	0,97468	0,95019	0,91154	0,85547
6	1,00000	1,00000	0,99999	0,99992	0,99962	0,99871	0,99643	0,99148	0,98188	0,96484
7	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998	0,99993	0,99977	0,99934	0,99832	0,99609
9 0	0,63025	0,38742	0,23162	0,13422	0,07508	0,04035	0,02071	0,01008	0,00461	0,00195
1	0,92879	0,77484	0,59948	0,43621	0,30034	0,19600	0,12109	0,07054	0,03852	0,01953
2	0,99164	0,94703	0,85915	0,73820	0,60068	0,46283	0,33727	0,23179	0,14950	0,08984
3	0,99936	0,99167	0,96607	0,91436	0,83427	0,72966	0,60889	0,48261	0,36138	0,25391
4	0,99997	0,99911	0,99437	0,98042	0,95107	0,90119	0,82828	0,73343	0,62142	0,50000
5	1,00000	0,99994	0,99937	0,99693	0,99001	0,97471	0,94641	0,90065	0,83418	0,74609
6	1,00000	1,00000	0,99995	0,99969	0,99866	0,99571	0,98882	0,97497	0,95023	0,91016
7	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998	0,99989	0,99957	0,99860	0,99620	0,99092	0,98047
8	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998	0,99992	0,99974	0,99924	0,99805

TABELL 6 forts. Binomial-fördelningen; $n = 19$ (forts.) och 20

n	x	$p = 0,05$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
19	9	1,00000	1,00000	0,99986	0,99842	0,99110	0,96745	0,91253	0,81391	0,67104	0,50000
	10	1,00000	1,00000	0,99998	0,99969	0,99771	0,98946	0,96531	0,91153	0,81590	0,67620
	11	1,00000	1,00000	1,00000	0,99995	0,99952	0,99718	0,98856	0,96477	0,91287	0,82036
	12	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99992	0,99938	0,99691	0,98844	0,96577	0,91647
	13	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99989	0,99933	0,99693	0,98907	0,96822
	14	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99988	0,99936	0,99724	0,99039
	15	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99990	0,99947	0,99779
	16	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99993	0,99964
	17	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99996
	18	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
20	0	0,35849	0,12158	0,03876	0,01153	0,00317	0,00080	0,00018	0,00004	0,00001	0,00000
	1	0,73584	0,39175	0,17556	0,06918	0,02431	0,00764	0,00213	0,00052	0,00011	0,00002
	2	0,92452	0,67693	0,40490	0,20608	0,09126	0,03548	0,01212	0,00361	0,00093	0,00020
	3	0,98410	0,86705	0,64773	0,41145	0,22516	0,10709	0,04438	0,01596	0,00493	0,00129
	4	0,99743	0,95683	0,82985	0,62965	0,41484	0,23751	0,11820	0,05095	0,01886	0,00591
	5	0,99967	0,98875	0,93269	0,80421	0,61717	0,41637	0,24540	0,12560	0,05533	0,02069
	6	0,99997	0,99761	0,97806	0,91331	0,78578	0,60801	0,41663	0,25001	0,12993	0,05766
	7	1,00000	0,99958	0,99408	0,96786	0,89819	0,77227	0,60103	0,41589	0,25201	0,13159
	8	1,00000	0,99994	0,99867	0,99002	0,95907	0,88667	0,76238	0,59560	0,41431	0,25172
	9	1,00000	0,99999	0,99975	0,99741	0,98614	0,95204	0,87822	0,75534	0,59136	0,41190
	10	1,00000	1,00000	0,99996	0,99944	0,99606	0,98288	0,94683	0,87248	0,75071	0,58810
	11	1,00000	1,00000	1,00000	0,99990	0,99908	0,99486	0,98042	0,94347	0,86924	0,74828
	12	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998	0,99982	0,99872	0,99398	0,97897	0,94197	0,86841
	13	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99997	0,99974	0,99848	0,99353	0,97859	0,94234
	14	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99996	0,99969	0,99839	0,99357	0,97931
	15	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99995	0,99968	0,99847	0,99409
	16	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99995	0,99972	0,99871
	17	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99999	0,99996	0,99980
	18	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99998
	19	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

1



Stockholms universitet

Statistiska institutionen

Rättningsblad

Datum: 12/12-2016

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder I

Kurs: Statistikens grunder, kvällskursen

ANONYMKOD:

SGK-0025

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					6
Lär.ant. 20p	20p	20p	20p	20p					

POÄNG 100 p	BETYG A	Lärarens sign. RC
----------------	------------	----------------------

1) 20p

		x				
		utkastning (%)				
1. a)		3	4	5		
	4	0,05	0,05	0,1	0,2	
x	ränta (%)	3	0,05	0,1	0,15	0,3
	2	0,1	0,15	0,25	0,5	
		0,2	0,3	0,5	1	

a) Vi söker $P(x > 3)$.

Detta ger oss all sannolikheter där $P(x > 3)$, dvs $P(x=4) + P(x=5)$.

$P(x=4) = 0,3$

$P(x=5) = 0,5$

$0,5 + 0,3 = 0,8$

Svar: Det är 80% chans att utkastningen överstiger 3%.

2

b) Vi söker den betingade sannolikheten

$$P(X > 3 | Y < 4) =$$

$$\frac{P(X > 3 \cap Y < 4)}{P(Y < 4)}$$

$$\frac{0,65}{0,8} = 0,8125$$

SVAR: 81,25%

$$P(X|Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}$$

$$P(X > 3 \cap Y < 4) =$$

$$f_{x,y}(x=4, y=3) +$$

$$f_{x,y}(x=4, y=2) +$$

$$f_{x,y}(x=5, y=3) +$$

$$f_{x,y}(x=5, y=2) =$$

c) Vi söker $P(X < 4 \cup Y > 3)$ $0,1 + 0,15 + 0,5 + 0,25 = 0,65$

SVAR: $= P(X=3 \cup Y=4) =$

Det är $P(X=3) + P(Y=4) - P(X=3 \cap Y=4) = P(Y=3) +$

35% chans. $P(X=3 \cap Y=4) = 0,2 + 0,2 - 0,05 = 0,35\%$ $P(Y=2) = 0,8$

d) Vi söker $P(X > 4 \cap Y < 4) =$

$$P(X=5 \cap Y < 4) = f_{x,y}(x=5, y=3) +$$

$$f_{x,y}(x=5, y=2) = 0,15 + 0,25 = 0,4$$

SVAR: Det är 40% chans.

2) 20p

2. a)	A	\bar{A}	
B	0,1	0,2	0,3
\bar{B}	0,35	0,35	0,7
	0,45	0,55	1

$P(A) = \text{"Man"}$
 $P(B) = \text{"Rökare"}$

$P(A) = 0,45$
 $P(\bar{A}) = 0,55$

$P(B) = 0,3$
 $P(\bar{B}) = 0,7$

vi söker $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{0,1}{0,45} = 0,2222 \quad R$$

d) vi söker $P(A \cap B) = 0,2$

b) vi söker

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}$$

$$= \frac{0,2}{0,55} = 0,3636 \quad R$$

c) vi söker $P(\bar{A}|B)$

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3} \quad R$$

$$3. a) p=0,3 \quad n=9$$

$$X \sim \text{bin}(n=9, p=0,3)$$

$$\text{vi söker } P(X \leq 3) \quad R$$

$$P(X \leq 3) = 0,72966 \quad (\text{från tabell})$$

$$b) \text{ vi söker } P(X=3)$$

$$P(X=3) = P(X \leq 3) - P(X \leq 2) \quad R$$

$$= 0,72966 - 0,46783 = 0,26183 \quad (\text{fr. tabell})$$

$$c) \text{ vi söker } P(X \geq 2)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) =$$

$$1 - 0,196 = 0,804 \quad R \quad (\text{fr. tabell})$$

$$d) \text{ vi söker att } P(X \geq 9-4)$$

$$= P(X \geq 5) \quad (\text{minst 5 defekta =$$

högst 4 icke defekta)

detta ger oss

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - 0,90119$$

R $= 0,09881$ (fr. tabell)

4. a) $X \sim N(\mu=60, \sigma=0,1)$

4) 20p

Vi söker: Enheter: cm

$$P(X < 80,6)$$

Vi \geq transformera:

4a) 10p

$$P(Z < 80,6) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < 80,6\right)$$

$$= P\left(\frac{80,6 - 60}{0,1} < 80,6\right) = \Phi(206) \approx 1$$

R SVAR: Listerna understiger med säkerhet 80,6 cm

b) $X \sim \text{bin}(n=30, p=1)$

Vi approximerar $E(X) = np = 30 \cdot 1 = 30$

binomialfördelningen $V(X) = npq = 30(1-0) = 30$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{30} = 5,477$$

från sta s da

4. forts. b)

4b) 10P

(SOM BONUS
POANG)SE BIFOGADE
LÖSNINGAR

$$X \sim N(\mu = 30, \sigma = 5,477)$$

Vi söker att $P(X \leq 10)$

Vi z transformerar

$$P(Z \leq 10) = P\left(\frac{X + \frac{1}{2} - \mu}{\sigma} \leq 10\right)$$

$$= P\left(\frac{10,5 - 30}{5,477} \leq 10\right) = P(-3,56 \leq 10) =$$

$$\Phi(-3,56) = 1 - \Phi(3,56) = 1 - 0,99981$$

$$= 0,00019$$

(fr. tabell)

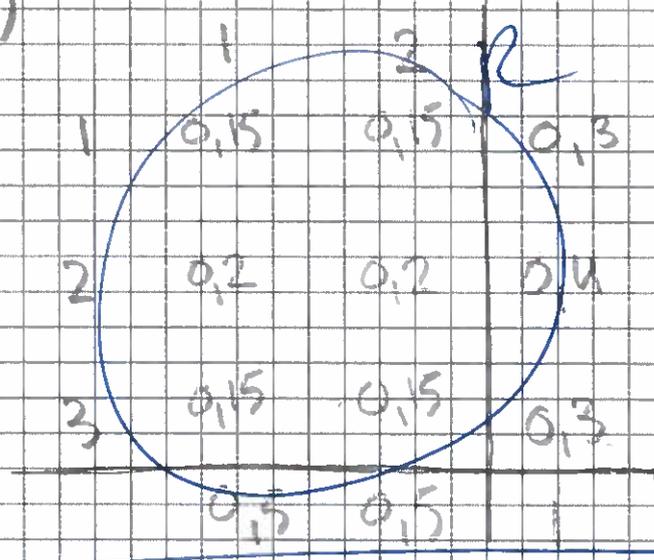
SVAR: Det är 0,019%

Sannolikhet att högst

10 av listerna understiger

30,6 cm

5. b)



5) 20p

a)

y	$f(y)$	$yf(y)$	$y^2f(y)$	$E(y) = 2$
1	0,3	0,3	0,3	$V(y) = E(y^2) - E(y)^2$ $= 4,6 - 4$ $= 0,6$
2	0,4	0,8	1,6	
3	0,3	0,9	2,7	
	1	2	4,6	

x	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$	$E(x) = 1,5$
1	0,5	0,5	0,5	$V(x) = E(x^2) - E(x)^2$ $= 2,5 - 1,5^2$ $= 0,25$
2	0,5	1	2	
	1	1,5	2,5	

c) Vi söker $P(X < Y)$

Genom att kolla på den simultana sannolikhetsfördelningen kan vi se sannolikheterna för när $x < y$ och addera ihop dessa för att få den totala sannolikheten för alla $P(X < Y)$.

$$f_{x,y}(x=1, y=2) = 0,2$$

$$f_{x,y}(x=1, y=3) = 0,15$$

$$f_{x,y}(x=2, y=3) = 0,15$$

$$f_{x,y}(x=1, y=2) + f_{x,y}(x=1, y=3) +$$

$$f_{x,y}(x=2, y=3) = 0,2 + 0,15 + 0,15 = 0,5$$

SVAR: det är 50% sannolikhet att $x < y$.

5. forts.

v. säker

d) $P(3X + 2Y)$

$$E(3X + 2Y) = 3E(X) + 2E(Y) \\ = 3 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2 = 4,5 + 4 = 8,5$$

$$V(3X + 2Y) = 3^2 \cdot 0,25 + 2^2 \cdot 0,6 =$$

$$4,65$$

(da statistiskt

oberoende foretagelser används
inte $2ab \cdot \text{cov}(X, Y)$)

SNAR:

$$E(3X + 2Y) = 8,5$$

$$V(3X + 2Y) = 4,65$$

LÖSNINGAR / STATISTIKENS GRUNDER 1 (SG1) / 12-12-2016

OBS! P.G.A. ETT SIFFERFEL KAN 4b) INTE LÖSAS.
DET BETYDER ATT 4b) GER EN 10 BONUS POÄNG TILL ALLA SOM TENTERARDE.

2

0,45	0,55
M	K
MAR=0,10	KAR=0,20

$P(M) = 0,45$ $P(K) = 0,55$
 $P(R) = 0,30$ $P(\bar{R}) = 0,70$
 $P(M \cap R) = 0,10$ $P(K \cap R) = 0,20$

a) $P(R|M) = \frac{P(M \cap R)}{P(M)} = \frac{0,10}{0,45} = 0,222222$

b) $P(R|K) = \frac{P(K \cap R)}{P(K)} = \frac{0,20}{0,55} = 0,36363636$

c) $P(K|R) = \frac{P(K \cap R)}{P(R)} = \frac{0,20}{0,30} = 0,666666667$

d) $P(K \cap R) = 0,20$

1 a) $0,30 + 0,50 = 0,80$

b) $\frac{0,65}{0,80} = 0,8125$

c) $0,20 + 0,20 - 0,05 = 0,35$

d) $0,15 + 0,25 = 0,40$

$$\textcircled{3} \quad X \sim \text{BIN}(n=9, p=0,3)$$

$$a) \quad P(X \leq 3) = F(3) = \underline{0,72966}$$

$$b) \quad P(X=3) = F(3) - F(2) = 0,72966 - 0,46283 = \underline{0,26683}$$

$$c) \quad P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - 0,196 = \underline{0,804}$$

d)

					$X \geq 5$					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	DEFEKTA
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	ICKE-DEFEKTA

HÖGST 4 ICKE-DEFEKTA

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - F(4) = 1 - 0,90119 = \underline{0,09881}$$

$$\textcircled{4} \text{ a) } X \sim N(\mu=80, 0,1)$$

$$P(X \leq 80,6) = P\left(Z \leq \frac{80,6-80}{0,1}\right) = P\left(Z \leq \frac{0,6}{0,1}\right) = \\ = P(Z \leq 6) = \Phi(6) \approx 1 \quad (\text{NÄSTAN } 1).$$

4b) P.G.A. ETT SIFFERFEL KAN 4b) INTE LÖSAS.
DET BETYDER ATT 4b) GER 10 BONUSPOÄNG
TILL ALLA SOM TENTERADE.

5

		X		
		1	2	
Y	1	0,15	0,15	0,3
	2	0,2	0,2	0,4
	3	0,15	0,15	0,3
		0,5	0,5	

$$a) E(X) = 1,5 \quad V(X) = 0,25$$

$$E(Y) = 2 \quad V(Y) = 0,6$$

b) SE OVAU.

$$c) P(X < Y) = 0,2 + 0,15 + 0,15 = 0,5$$

$$d) E(3X + 2Y) = 3 \cdot E(X) + 2 \cdot E(Y) = 3(1,5) + 2 \cdot (2) = 4,5 + 4 = 8,5$$

$$V(3X + 2Y) = 3^2 V(X) + 2^2 V(Y) = 9(0,25) + 4(0,6) = 2,25 + 2,4 = 4,65$$